APLICACIÓN DE MÉTODOS MULTICRITERIOS EN UN PROYECTO EMPRESARIAL DE RUTAS DE VEHÍCULOS

Application of multicriteria methods in a vehicle routing problem management project

EPISTEMUS
ISSN: 2007-8196 (electrónico)

Pedro Leonardo Rodríguez Quintana [1]
Lucía Argüelles Cortés [2]
Gonzalo Palencia Fernández [3]

Recibido: 08/01/2021
Aceptado: 15/06/2021
Publicado: 13/09/2021
DOI: https://doi.org/10.36790/epistemus.v14i29.123

Autor de Correspondencia:
Pedro Leonardo Rodríguez Quintana
perquintana@uclv.cu

Resumen

Para la toma de decisiones tradicionalmente se han empleado técnicas clásicas de Optimización. Desde el punto de vista práctico, estas técnicas poseen carencias en su modelación desde las perspectivas de los decisores, dadas por la imposibilidad de considerar todo tipo de restricciones de la vida real, lo que hace difícil la tarea de diseñar rutas de vehículos a empresas sin experiencia en esta tarea. Por esto se han generado paradigmas diferentes: la Modelización Multicriterio, que puede considerar preferencias del centro decisor, y la Optimización Difusa, que incorpora a la modelación la incertidumbre inherente a las características del problema. El presente modelo matemático se resuelve mediante varios posibles enfoques y se consideran tres criterios: el número de rutas empleadas, la distancia total recorrida y la distribución de personas transportadas. Aplicando el método CRITIC se pudo explicar a la empresa el criterio más importante que debe ser considerado al seleccionar la solución.

Palabras clave: problema de rutas de vehículos, restricciones difusas, algoritmo de Clarke & Wright, método CRITIC.

Abstract

Classic optimization techniques have been used in a traditional way for making decisions. From the practical point of view, these techniques are not completely satisfactory for the decision makers, because it is impossible to consider all type of real restrictions, so it is difficult to inexpert companies to design routes of vehicles. For this reason different paradigms have been generated: by using Multicriteria Methods and Diffuse Optimization, which consider preferences and the inherent uncertainty of the problem. The mathematical model is solved by means of five possible focuses and it was considered three approaches: the number of used routes, the traveled total distance and the distribution of transported people. Applying the method CRITIC it could be explained to the company the most important criterion that should be considered when selecting the solution.

Keywords: *vehicle routing problem, fuzzy constraints, Clarke and Wright Algorithm, method CRITIC.*

1 Licenciado en Matemática, Departamento de Matemática, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, Villa Clara, Cuba, perquintana@uclv.cu, https://orcid.org/0000-0002-1585-1671.
2 Doctora en Ciencias Técnicas, Departamento de Matemática, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, Villa Clara, Cuba, largue@uclv.edu.cu, https://orcid.org/0000-0002-0898-2403.
3 Máster en Matemática Aplicada, Departamento de Matemática, Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, Santa Clara, Villa Clara, Cuba, gonzalo@uclv.edu.cu, https://orcid.org/0000-0001-9711-6920.

INTRODUCCIÓN

El objeto de estudio es un problema de rutas de vehículos (VRP) que considera la capacidad de los mismos como un conjunto difuso. Del modo en que se formuló el problema ningún método clásico de VRP podría adecuarse al problema real en cuestión. Esto suele ocurrir cuando las empresas comienzan a diseñar las rutas sin ningún precedente en este tipo de actividad.

Para resolver el problema se propone un método que combina la técnica heurística del algoritmo de los ahorros o de Clarke & Wright, con el enfoque paramétrico del criterio de Verdegay y se implementa como una función en el RStudio.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para tratar las componentes difusas del problema, se puede realizar un análisis similar al que Ebrahimnejad y Verdegay sugieren realizar a problemas de programación lineal con restricciones difusas en [1].

Existen distintos criterios de solución para resolver problemas de programación lineal con restricciones difusas (en [1] se halla un compendio de dichas técnicas), uno de ellos es el criterio de Verdegay, quien propone que la solución al problema difuso se puede determinar resolviendo el siguiente problema paramétrico:

$$Maximizar \leftarrow z = CX$$

$$Sujeto\ a: (AX)_i \leq b_i + (1 - \alpha) p_i, i = 1, 2, .. m$$

$$X \geq 0\ y\ \alpha \in [0, 1] \qquad (1)$$

Rodríguez Quintana, Argüelles Cortés y Palencia Fernández explican desde el enfoque de la lógica difusa las transformaciones algebraicas que permiten obtener el problema (1) en [2]. Se señala que "si para el valor de $\alpha = 1$ se obtiene una solución óptima en el programa lineal (1), entonces para cualquier otro valor de α en el intervalo $[0, 1]$ se obtendrá también una solución óptima [2] ".

El método concebido por [2] para resolver un VRP con restricciones difusas combina una técnica heurística para resolver problemas clásicos de rutas de vehículos (el algoritmo de los ahorros o de Clarke & Wright), con el enfoque del criterio de Verdegay. Para la solución de problemas reales, el método ha sido implementado como una función del RStudio-1.0.143, que es un entorno de desarrollo integrado para el lenguaje de programación libre R.

El problema se resuelve para distintos valores de α empleando el algoritmo de Clarke & Wright, algoritmo descrito en [3], y una vez que se han buscado soluciones al problema, se han conseguido alternativas a considerar. Ello entonces genera un problema de toma de decisión, el cual consiste básicamente en decidir entre el grupo de alternativas obtenidas cuál es la más conveniente en función de cumplir ciertas metas o niveles de aspiración.

La determinación de la jerarquía de las distintas alternativas se realiza en función de una serie de criterios, los cuales se diseñan teniendo en cuenta otros elementos que no han considerado en la modelación matemática del problema.

Para aplicar un método multicriterio, se requieren transformaciones tales como la homogenización y la normalización. La homogenización se realiza para llevar todos los criterios de decisión a una misma escala (todos a minimizar o todos a maximizar). Marrero Delgado enuncia varias fórmulas para homogenizar en [4]. El propósito de la normalización es el de obtener escalas adimensionales, lo que permitirá realizar comparaciones entre atributos.

En un proceso de toma de decisiones, tras definir los criterios que inciden, es vital valorar el nivel de importancia entre ellos, o sea, es necesario ponderar dichos criterios. Existen diversos métodos de ponderación de criterios, como son:

- El Método de asignación directa por ratios.
- El Método de Diakoulaki, también conocido como método CRITIC.

El método de asignación directa es un método subjetivo, la técnica más sencilla de ponderación de criterios, ya

que en él lo único que se demanda al decisor es que ordene los criterios de mayor a menor importancia, de forma que después se da el mayor valor al primero y el menor valor al último.

El método CRITIC fue presentado en 1995 en la revista Computers Operations Research (vol 22, nº 7, pp. 763-777) según [5]. Su nombre es el acrónimo de CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation, y pondera cada criterio según la expresión:

$$w_j = s_{\mathbf{j}} * \sum_{k \neq i}(1 - r_{\mathbf{jk}}) \tag{2}$$

Donde w_j es la ponderación de la variable j, $s_{\mathbf{j}}$ es la desviación estándar de la variable j, $r_{\mathbf{jk}}$ es el coeficiente de correlación entre las variables correspondientes a los criterios j, k. La desviación estándar se obtiene de la fórmula:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} \tag{3}$$

donde x_i representa los datos numéricos de la columna j y $\bar{x}$ la media aritmética de dichos valores.

La utilidad del Método CRITIC consiste en que el peso de un criterio es tanto mayor cuanto mayor sea su varianza o desviación típica y cuanta mayor información diferente a la de los otros criterios aporte (menor coeficiente de correlación entre columnas).

Modelo

El problema que se aborda es el de planificar las rutas de ómnibus más convenientes para transportar a los trabajadores de una empresa hacia su centro de trabajo, fijándose con antelación los puntos de recogida (paradas).

Se supondrán, además, las siguientes condiciones:

- A cada ómnibus de la empresa se le asocia una única ruta,
- cada parada de trabajadores es visitada una única vez por un ómnibus, y
- todas las rutas inician y finalizan en el centro de trabajo.

La función objetivo se diseñará de forma tal que se obtenga una distribución de rutas que minimice la suma de las distancias recorridas por cada vehículo.

La condición difusa del problema está relacionada con la capacidad de los vehículos, ya que no todos los vehículos tienen la misma capacidad. Las capacidades de los ómnibus oscilan entre 37 y 60 personas a montar. Esta condición se modela como un número difuso porque en ocasiones este transporte se emplea para otros fines de la empresa y, además, no todos los ómnibus son iguales. En total se eligieron 17 paradas.

El modelo matemático para el problema, expresado ya en el formato paramétrico, se representa de la siguiente forma:

Variables de decisión:

$$x_{ij}^{k} = \begin{cases} 1, si\ el\ vehículo\ k\ pasa\ por\ el\ arco\ (x_i, x_j) \\ 0, en\ caso\ contrario \end{cases}$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1, si\ existe\ un\ vehículo\ que\ pasa\ por\ el\ arco\ (x_i, x_j) \\ 0, en\ caso\ contrario \end{cases}$$

$$Minimizar\ \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=0}^{17}\sum_{i=0}^{17} c_{ij} x_{ij}^{k} \tag{4}$$

Sujeto a:

$$\sum_{k=1}^{K} x_{ij}^{k} = y_{ij} \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{17} y_{ij} = 1, i = 1, \dots 17 \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{17} y_{ij} = 1, j = 1, \dots 17 \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{17} y_{0j} = K \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{17} y_{i0} = K \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{17}\sum_{j=1}^{17} d_i\, x_{ij}^{k} \leq 37 + 23(1 - \alpha)\ \ para\ todo\ k = 1,2 \dots K \tag{10}$$

$$\sum_{i \in Q}\sum_{j \in Q} y_{ij} \leq |Q| - 1, para\ todo\ subconjunto\ Q\ de\ \{2,3, \dots n\} \tag{11}$$

La ecuación (4) representa la función objetivo, la cual como ya se explicó se plantea para minimizar las distancias recorridas en total por cada una de las rutas. El valor de K, el número de vehículos empleados para el diseño de las rutas, no se puede prefijar con antelación pues es esta una de las variables que también conviene minimizar. En la solución del problema se determina dicho valor.

El conjunto de ecuaciones de (5) a la (9) contempla todas las restricciones del problema, incluyendo las relacionadas con el parámetro difuso.

Las ecuaciones (6) y (7) aseguran que de cada nodo o parada salga y llegue un solo ómnibus respectivamente. Las ecuaciones (8) y (9) aseguran que del centro de trabajo salgan y lleguen los K ómnibus que cubren las rutas.

Las ecuaciones de tipo (10) garantizan que la cantidad de personas montadas en cada ómnibus no supera la capacidad de estos. Como la capacidad de los vehículos es el parámetro difuso, la expresión depende del parámetro α.

Además, previamente se comprobó que en cada parada el número de personas que aguardan los ómnibus no excediera de la capacidad mínima que puede ser transportada en el ómnibus.

Las ecuaciones de tipo (11) eliminan las subrutas (ver Figura 1).

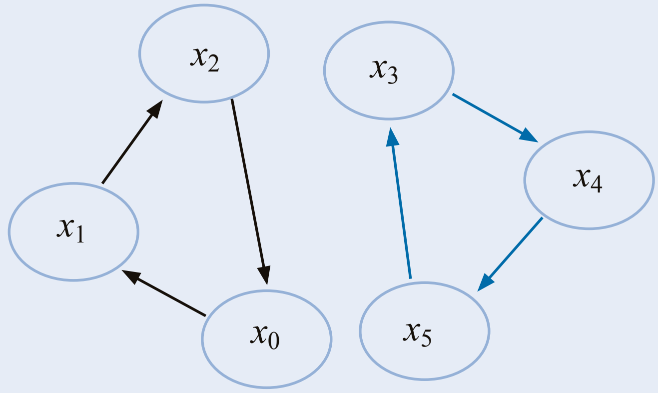


Figura 1. Ejemplo de subruta (flechas en azul, circuito que no parte de x_0)

Los puntos de recogida fueron ofrecidos por la propia empresa, tomando en consideración los puntos de mayor concurrencia de personas en la ciudad.

Para obtener las distancias entre las paradas se utilizó el programa Google Maps y para determinar la cantidad máxima de personas que deben estar esperando en cada parada, se revisó la dirección de cada trabajador de la empresa y se ubicó en la parada más próxima a su casa.

Tabla 1. Cantidad de personas que esperan en cada parada.

Parada	Ubicación	Número de personas
	Centro de Trabajo	0
1	Entrada Doble Vía	2
2	Mercado Vigía Sur	5
3	esquina entre Colón y doble vía	10
4	esquina entre Maceo y Colón	4
5	esquina entre Unión y Central	2
6	Iglesia de Buen Viaje	10
7	Ferrocarril	8
8	Hospital Militar	5
9	Sandino	10
10	CUPET Caridad y Central	4
11	esquina entre Central y Marta Abreu	10
12	Restaurant «La Concha»	3
13	Correo postal, Carretera Central	2
14	Terminal nacional de omnibus	10
15	Restautant «Vista Hermosa»	4
16	Doce Plantas de la Riviera	2
17	Reparto José Martí	11

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Al implementarse la función elaborada para este fin en el RStudio, se obtienen las soluciones mostradas en la tabla 2 para distintos valores de α.

Además, aparecen dos columnas obtenidas a partir de analizar las soluciones dadas por el algoritmo, en ellas se representan las distancias recorridas y el número de trabajadores de la empresa que transporta cada ómnibus. Este dato se tendrá en consideración para que los directivos de la empresa elijan cuál diseño de rutas se va a aplicar.

Tabla 2. Solución del problema real para diferentes valores de α

α	Número de rutas	Distancia total recorrida (Km)	Número de personas transportadas	Distancias recorridas
1.0	4	41.8	34; 33; 25; 10	18.9; 10.3; 7.8; 4.8
0.9	4	41.8	34; 33; 25; 10	18.9; 10.3; 7.8; 4.8
0.8	4	41.8	34; 33; 25; 10	18.9; 10.3; 7.8; 4.8
0.7	3	37.6	42; 38; 22	19.6; 10.9; 7.1
0.6	3	37	44; 38; 20	18.9; 10.9; 7.2
0.5	3	37	44; 38; 20	18.9; 10.9; 7.2
0.4	3	37	44; 38; 20	18.9; 10.9; 7.2
0.3	3	35.8	52; 38; 12	19; 10.9; 5.9
0.2	3	34.6	54; 38; 10	18.9; 10.9; 4.8
0.1	3	34.6	54; 38; 10	18.9; 10.9; 4.8
0	3	34.6	54; 38; 10	18.9; 10.9; 4.8

En el caso en que $\alpha = 0$, o sea que la empresa disponga de ómnibus con una capacidad máxima de 60 personas a montar, no se hace necesario utilizar todos los ómnibus con tal capacidad, se emplearían 3 ómnibus pero uno de ellos solo visita una parada. Cuando $\alpha = 1$, el peor de los casos en lo que se refiere a la distancia total recorrida, los ómnibus disponibles tienen una capacidad máxima para montar a 37 personas por lo que se hace necesario disponer de 4 ómnibus, y también uno de ellos visita una única parada. Ambas soluciones son consideradas malas por poseer rutas dirigidas a un único punto. Esto no es conveniente para la empresa porque estaría obligada a emplear un ómnibus para transportar a solo 10 personas que aguardan en una única parada cuando se pueden transportar mínimo 37 pasajeros.

Es importante aclarar que aunque se fija una capacidad máxima de pasajeros a transportar en los ómnibus al fijar un valor numérico para α, esto no quiere decir que todos los ómnibus tienen

que tener tal capacidad. Se pudo apreciar que cuando $\alpha = 0$ no es imprescindible que todos los ómnibus tengan la misma capacidad, a pesar de ser esta la solución más óptima por considerar el empleo de vehículos con capacidades de hasta 60 pasajeros.

Se obtuvieron 5 soluciones diferentes: la primera es la representada cuando $0.8 \leq \alpha \leq 1$, la segunda es

la obtenida cuando $\alpha = 0.7$, la tercera es para cuando $0.4 \leq \alpha \leq 0.6$, la cuarta es para $\alpha=0.3$ y la quinta se obtuvo para cuando $0 \leq \alpha \leq 0.2$. Esto facilita el espectro de alternativas a escoger para los decisores.

El software VrpCalc (ver http://shobb.narod.ru/vrpcalc.html) puede ser empleado para planificar las rutas de los vehículos si se desea optimizar el kilometraje total por toneladas del recorrido de los vehículos que deben transportar mercancías a los distintos consumidores (nodos), teniendo en cuenta el peso de cargo por cada consumidor, la capacidad de los vehículos y los requerimientos de tiempo. El programa trabaja bajo el supuesto de que los vehículos son idénticos y se sustituye el peso de cargo por consumidor por la cantidad de personas que esperan en cada nodo.

Tabla 3. Solución del problema real para diferentes valores de α mediante el software VrpCalc

α	Número de rutas	Distancia total recorrida (Km)	Número de personas transportadas	Distancias recorridas
1.0	3	41.2	35; 31; 36	15.9; 7.7; 17.6
0.9	3	39.4	39; 25; 38	13.9; 7.8; 17.7
0.8	3	39.4	39; 25; 38	13.9; 7.8; 17.7
0.7	3	39.4	39; 25; 38	13.9; 7.8; 17.7
0.6	3	39.4	39; 25; 38	13.9; 7.8; 17.7
0.5	3	39.4	39; 25; 38	13.9; 7.8; 17.7
0.4	3	39.4	39; 25; 38	13.9; 7.8; 17.7
0.3	2	30.9	52; 50	18.7; 12.2
0.2	2	30.9	52; 50	18.7; 12.2
0.1	2	30.9	52; 50	18.7; 12.2
0	2	30.9	52; 50	18.7; 12.2

Al comparar las tablas 2 y 3 se puede apreciar que de las 11 soluciones obtenidas por cada algoritmo en función del valor de α fijado, el software VrpCalc obtuvo 7 soluciones mejores que el algoritmo Clarke & Wright, resultado

que era de esperar pues VrpCalc implementa una técnica metaheurística, un algoritmo genético, que suele obtener mejores soluciones que el algoritmo Clarke & Wright, como se plantea en [6].

Se observa que VrpCalc obtuvo mejores soluciones para los casos en que α es un valor próximo a 0 o a 1, en cambio el algoritmo Clarke & Wright dio mejores soluciones para $0.4 \leq \alpha \leq 0.7$.

A continuación se emplearán métodos multicriterio discretos para facilitar el proceso de toma de decisiones de los directivos de la empresa. Lo primero que se realizará es seleccionar aquellos criterios de decisión que interesan a la empresa para el diseño de sus rutas, que son:

Número de rutas: el menor número de vehículos posibles.

Distancia Total Recorrida: dirigida al ahorro del combustible.

Menor número de personas transportadas en uno de los ómnibus de las rutas: Carece de sentido disponer de un ómnibus para recoger un número trivial de personas.

Las alternativas a analizar consisten en las 5 soluciones y además, la solución más óptima obtenida mediante el software VrpCalc cuando $\alpha = 0$.

Tabla 4. Características de las alternativas a estudiar

Alternativas	Número de rutas	Distancia total recorrida (Km)	Menor número de personas transportadas
Solución 1	4	41.8	10
Solución 2	3	37.6	22
Solución 3	3	37	20
Solución 4	3	35.8	12
Solución 5	3	34.6	10
Solución VrpCalc	2	30.9	50

Para la ponderación de los criterios, primero se realiza la homogeneización y normalización de la matriz de decisión. La homogeneización se realiza para minimizar todos los criterios; pues el criterio Menor número de personas transportadas en uno de los ómnibus de las rutas es presentado con el enfoque de maximizarlo, mientras que el resto sí se desea minimizar. Para ello, se multiplican por -1 los valores de la columna correspondiente. En el caso de la normalización se escogió la expresión siguiente:

$$\frac{\max_j H_{ij} - H_{ij}}{\max_j H_{ij} - \min_j H_{ij}} \tag{12}$$

donde los H_{ij} corresponden a los valores mostrados en la tabla 4.

La tabla tras ser homogeneizada y normalizada se muestra a continuación:

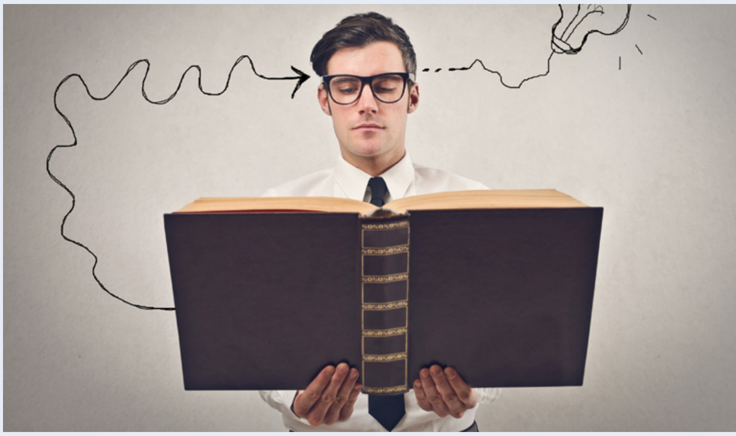
Tabla 5. Características de las alternativas a estudiar normalizadas

Alternativas	Número de rutas	Distancia total recorrida (Km)	Menor número de personas transportadas
Solución 1	0	0	0
Solución 2	0.5	0.3853	0.3
Solución 3	0.5	0.440	0.25
Solución 4	0.5	0.550	0.05
Solución 5	0.5	0.661	0
Solución VrpCalc	1	1	1

Para la determinación de los pesos de los criterios se empleará la siguiente expresión:

$$\omega_j = \frac{\omega_j^0 \omega_j^s}{\sum_{j=1}^{3} \omega_j^0 \omega_j^s}, j = 1, 2, 3, \tag{13}$$

donde para la determinación de los valores de ω^o se utilizará el Método CRITIC y para el de ω^s se empleará el Método de asignación directa por ratios.



La razón fundamental de por qué se emplea esta expresión es que conjuga un método objetivo y otro subjetivo. La consideración subjetiva está en que siempre existen un conjunto de restricciones que ningún modelo matemático puede contemplar totalmente, por ejemplo, la disponibilidad y tipo de combustible, la calidad de las calles a transitar o las condiciones para posibilitar la aglomeración de un grupo considerable de personas en cierta parada.

Tabla 6. Ponderaciones normalizadas de los criterios

Criterios	ω^o	ω^s	ω_j	ω_j normalizado
Número de rutas	0.1888	0.3333	0.0629	0.2083
Distancia Total Recorrida	0.3121	0.5	0.1561	0.5165
Menor número de personas transportadas	0.4991	0.16667	0.0832	0.2752
Totales	1	1	0.3021	1

Mediante la técnica anteriormente expuesta, se puede apreciar que el criterio más importante es la Distancia Total Recorrida, seguido por Menor número de personas transportadas y finalmente Número de rutas.

CONCLUSIONES

Las soluciones obtenidas por el método propuesto fueron buenas, sin embargo, se demostró que no contemplaban la mejor, la cual se determinó empleando la misma técnica de solución, pero variándose el algoritmo para resolver el problema de rutas de vehículos con capacidad limitada.

Se corroboró la premisa de que el enfoque multicriterio ayuda a la determinación de la solución idónea del de VRP si se tienen en cuenta todas las consideraciones proyectadas por los entes involucrados en el problema.

Con el trabajo desarrollado se le ofreció a la empresa un total de 6 posibles soluciones a adoptar. Para ayudar a la determinación de la solución más útil desde el punto de vista práctico, se emplearon métodos multicriterio discretos de toma de decisiones que contemplaron variedad de aspectos objetivos y subjetivos del problema, incluso consideraciones que matemáticamente eran imposibles de insertar en el modelo original.

BIBLIOGRAFÍA

[1] A. Ebrahimnejad y J. L. Verdegay, “A survey on models and methods for solving fuzzy linear programming problems”, en Fuzzy Logic in Its 50th Year, Springer, 2016, pp. 327–368.

[2] P. L. Rodríguez Quintana, L. Argüelles Cortés, y G. Palencia Fernández, “Resolución de un problema de rutas de vehículos con restricciones difusas”, Trabajo de Diploma, Universidad Central “Marta Abreu ” de Las Villas, Santa Clara, 2018.

[3] A. Benito Quintanilla, “Problemas de rutas de vehículos: modelos, aplicaciones logísticas y métodos de resolución” , Trabajo de Fin de Grado de Ingeniería en Organización Industrial, Universidad de Valladolid, 2015.

[4] F. Marrero Delgado, “Herramientas cuantitativas y cualitativas para la toma de decisiones”, presentado en Curso Métodos cuantitativos para la toma de decisiones, Santa Clara, 2020.

[5] J. Aznar Bellver y F. Guijarrro Martínez, Nuevos métodos de valoración: Modelos multicriterio, 2ª edición. Valencia: Universitat Politècnia de València, 2012.

[6] P. Toth y D. Vigo, Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition. SIAM, 2014.

Cómo citar este artículo

Rodríguez Quintana, P. L., Argüelles Cortés, L., & Palencia Fernández, G. (2021). Aplicación de métodos multicriterios en un proyecto empresarial de rutas de vehículos. EPISTEMUS, 14(29). https://doi.org/10.36790/epistemu v14i29.123