

# Análisis de imagen y modelaje matemático para la determinación de distribuciones de partículas

## Image Analysis and Mathematical Modeling for the Determination of Particle Distributions

EPISTEMUS

ISSN: 2007-8196 (electrónico)

Jessica López Martínez <sup>1</sup>  
 Jonatan Andrade Martínez <sup>2</sup>  
 Gabriela Alvarado Macías <sup>3</sup>  
 Erik Espinosa Serrano <sup>4</sup>  
 Dora Patricia Nava Gómez <sup>5</sup>  
 Gilberto Rosales Marín <sup>6</sup>

Recibido: 18 / 01 / 2023

Aceptado: 10 / 10 / 2023

Publicado: 03 / 11 / 2023

DOI: <https://doi.org/10.36790/epistemus.v18i35.289>

Autor de Correspondencia:

Gilberto Rosales Marín

Correo: [gilberto.rosales@uaslp.mx](mailto:gilberto.rosales@uaslp.mx)

### Resumen

La distribución de partículas es considerada una de las principales herramientas para el control en las distintas operaciones unitarias relacionadas al procesamiento de minerales. En las etapas de trituración y molienda esta técnica nos permite conocer el cómo ocurre la liberación del mineral valioso de la ganga, así como determinar los balances de materia. En el presente trabajo técnicas de análisis de imagen, el modelo de distribución de Weibull doble, así como propiedades físicas de un mineral de sílice, son empleadas para determinar una distribución granulométrica en estado estacionario. Para tal fin, la distribución de partículas determinada experimentalmente mediante el uso de mallas convencionales (Tipo Tyler) fue comparada con la obtenida mediante los fotogramas. El modelo de Weibull fue usado para ajustar matemáticamente la distribución obtenida mediante los fotogramas. El ajuste demostró ser una herramienta que permite determinar mediante el análisis de imagen una distribución granulométrica confiable, debido a que el error (SSE) es 1.3.

**Palabras clave:** distribución de partículas, Modelado matemático, Procesamiento de Minerales, Análisis de Imagen.

### Abstract

*Particle distribution is considered one of the main tools for control in the different unit operations related to mineral processing. In the crushing and grinding stages, this technique allows us to know the procedures involved in particle reduction processes as well as to determine the material balances within. In the present work, image analysis techniques, Weibull distribution model, as well as physical properties of a silica mineral that are used to determine a steady-state particle size distribution. For this purpose, the particle size distribution experimentally determined through the use of conventional meshes (Tyler Type) later compared with that obtained by means of frames. The Weibull model was used to mathematically fit the distribution obtained through the frames. The adaptations proved to be an aid that allows determining a reliable granulometric distribution through image analysis due to the fact that the error (SSE) is 1.3.*

**Keywords:** particle Size Distribution, Mathematical Modeling, Mineral Processing, Image Analysis.

<sup>1</sup> Alumna de la Licenciatura de Ingeniería de Minerales, Unidad Académica Multidisciplinaria Región Altiplano, Matehuala, San Luis Potosí, México, Correo Electrónico. [a276432@alumnos.uaslp.mx](mailto:a276432@alumnos.uaslp.mx), <https://orcid.org/0000-0001-8923-2905>

<sup>2</sup> Doctorado en Ingeniería de Materiales, Ingeniería de Minerales, Coordinación Académico Región Altiplano, Matehuala, San Luis Potosí, México, [jonatan.andrade@uaslp.mx](mailto:jonatan.andrade@uaslp.mx), <https://orcid.org/0000-0003-2899-031X>.

<sup>3</sup> Doctorado en Ciencias en Ingeniería Metalúrgica y Cerámica, Ingeniería de Minerales, Coordinación Académico Región Altiplano, Matehuala, San Luis Potosí, México, [gabriela.alvarado@uaslp.mx](mailto:gabriela.alvarado@uaslp.mx), <https://orcid.org/0000-0001-8504-2485>.

<sup>4</sup> Doctorado en Ciencias, Ingeniería de Minerales, Coordinación Académico Región Altiplano, Matehuala, San Luis Potosí, México, [erik.espinosa@uaslp.mx](mailto:erik.espinosa@uaslp.mx), <https://orcid.org/0000-0001-7591-9140>.

<sup>5</sup> Doctorado en Ciencias, Ingeniería de Minerales, Coordinación Académico Región Altiplano, Matehuala, San Luis Potosí, México, [dora.nava@uaslp.mx](mailto:dora.nava@uaslp.mx), <https://orcid.org/0000-0002-2651-6246>.

<sup>6</sup> Doctorado en Ingeniería de Minerales, Ingeniería de Minerales, COARA e Instituto de Metalurgia UASLP, Matehuala, San Luis Potosí, México, [gilberto.rosales@uaslp.mx](mailto:gilberto.rosales@uaslp.mx), <https://orcid.org/0000-0003-3679-3981>

## INTRODUCCIÓN

La distribución del tamaño de las partículas influye en muchas propiedades de los materiales particulados y es un indicador valioso de la calidad y el rendimiento de las partículas. Esto aplica para polvos, suspensiones, emulsiones y aerosoles. En el cemento, por ejemplo, la distribución del tamaño de las partículas afecta el porcentaje de hidratación y la resistencia. En la ciencia de la salud es sabido que el polvo de aerosoles o las gotas en el rango de 2 a 5  $\mu\text{m}$  se aerosolizan mejor penetrando en los pulmones más profundamente que los tamaños más grandes. En la industria minero-metalúrgica, la reducción de tamaño o conminución está orientada a liberar el mineral valioso de su matriz encajonante (ganga) ya que de esta liberación depende el rendimiento de equipos en los procesos de concentración de minerales. Por estas razones, es importante medir, conocer y controlar la distribución del tamaño de las partículas de muchos productos.

N.J. Miles y S. Al-Thyabat [1] [2], proponen técnicas para medir el tamaño de partícula, uno basado en el uso del diámetro del área equivalente y otro basado en el diámetro promedio de Feret. Los resultados arrojaron que la técnica del diámetro de Feret proporciona un mayor nivel de precisión. Michael Mangold [3] propuso aplicar la misma técnica en una banda transportadora para agregados minerales, en ella desarrolló una aplicación para medir la distribución granulométrica en estado dinámico. Youngdon Ko y Helen Shang [4], discutieron sobre la distribución del tamaño de partículas basada en la técnica desarrollada por Joanna Wiącek y Marek Molenda [5], mediante el cual pretenden medir el tamaño de partícula en esfuerzos compresivos usando el método de elemento discreto (DEM).

El poder determinar de manera acertada la dimensión de las partículas o la adecuación y procesamiento de imágenes requiere precisión en la detección de bordes, eliminación de ruido, segmentación de partículas que se tocan y se superponen, tamaño y forma exactos del objeto.

Por lo tanto, la técnica de segmentación se vuelve muy importante para la medición precisa del tamaño. En este artículo, se examinó una muestra representativa resultante de la trituración primaria utilizando tanto métodos convencionales de mallas (como el tipo Tyler) como técnicas avanzadas de análisis de imágenes. Además, se empleó el modelo de Weibull doble para resolverlo, con el objetivo de representar gráficamente su distribución granulométrica de manera precisa. El análisis de imagen se llevó a cabo usando el software Image J (basado en Java, un programa gratuito), este software consta de varias herramientas integradas para determinar el tamaño de los objetos o partículas. Sin embargo, dado que en el análisis de imagen no siempre es posible determinarse la medida precisa del tamaño y la forma de los objetos, el modelo de distribución de Weibull doble es usado para corregir y describir de manera más eficiente el análisis granulométrico.

## ANTECEDENTES TEÓRICOS

### Análisis de imagen

El procesamiento de imágenes digital se utiliza cada vez más en muchas industrias, como el procesamiento de alimentos, la ciencia médica, la tecnología de partículas, la industria del cemento, las industrias del polvo, etc., dada la facilidad de medir las diferentes dimensiones de las partículas, incluido el análisis de tamaño, forma y color (RGB). Con la llegada del siglo XXI, se han desarrollado computadoras y procesadores de señales de alta velocidad, lo que ha hecho que el procesamiento de imágenes sea popular debido a su utilidad y siendo una opción relativamente más económica.

En la industria minero-metalúrgica más específicamente en el procesamiento de minerales, el análisis de imágenes se está convirtiendo en una herramienta muy útil para determinar la distribución particulada de agregados minerales para controlar procesos de conminución.





En los molinos rotatorios y molienda AG/SAG están implementando estos análisis para poder determinar el grado de rompimiento del mineral, así como la fluencia de la pulpa. En otras palabras, el rompimiento y el cómo fluye la pulpa es una medida que depende entre otras cosas del tamaño, forma de las partículas, viscosidad, así como de las fuerzas superficiales de interacción que actúan entre ellas se pueden clasificar en dos partes: fricción interna y fuerza de cohesión.

### Medición del Diámetro de Feret.

Bajo un contexto ideal para la caracterización de partículas, todas las partículas deberían ser esferas homogéneas. Además de tener propiedades físicas uniformes como densidad, composición química, color y opacidad. Sin embargo, en el mundo real, la mayoría de las partículas no son esféricas, sino que tienen diferentes formas y, a menudo, superficies rugosas. Aquellos materiales que tienen diferente composición química a menudo suelen tener diferentes propiedades (densidad, conductividad, índice de refracción), incluso cuando la composición general es la misma, diferentes estructuras cristalinas o impurezas pueden dar lugar a diferentes propiedades. Estas diferencias tienen una influencia diferente en los principios que son responsables de la forma y el comportamiento de las partículas, por ejemplo, durante el tamizado, la sedimentación o la dispersión de la luz. En consecuencia, diferentes distribuciones de partícula a menudo resultarán de diferentes técnicas por las cuales debe ser medida, una de estas técnicas es el Diámetro de Feret ( $D_F$ ), el cual es la distancia entre dos tangentes paralelas en lados opuestos de la imagen de una partícula orientada aleatoriamente (a veces, se usa el valor promedio de muchas orientaciones). Como es de suponerse, el diámetro de Feret depende de la orientación de la partícula con respecto a las tangentes o la bisección y puede ser usado para describir la amplitud de la proyección de una partícula, cuando descansa en su posición más estable, por lo que la longitud de la partícula se puede definir en esa proyección como la distancia entre las dos tangentes perpendiculares a las de la anchura.

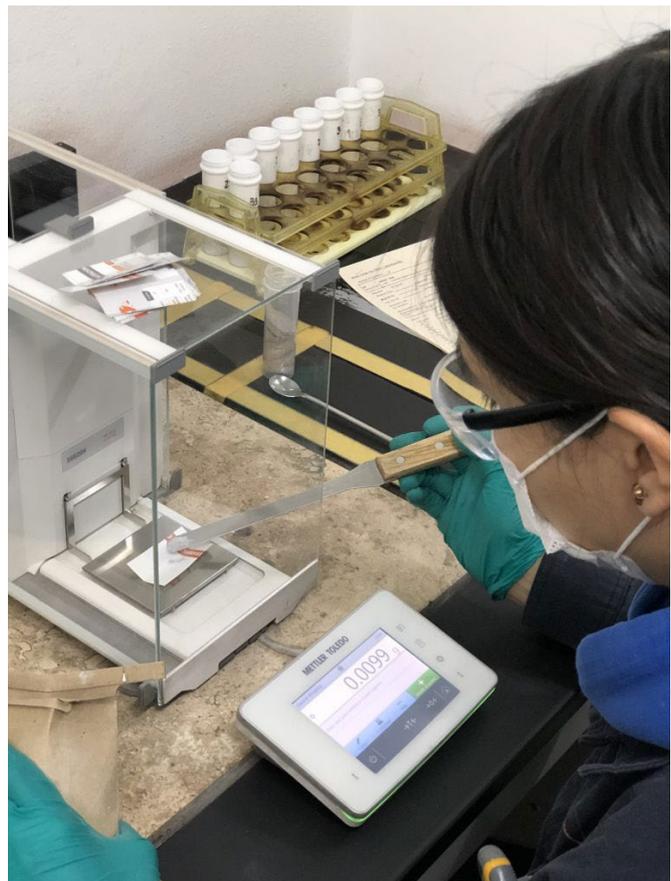
Por lo tanto, según el teorema de Cauchy [31] para un cuerpo convexo en 2D la relación entre el diámetro promedio de Feret ( $D_F$ ) y el perímetro de la partícula  $P$  se puede expresar como:

$$D_F = P/\pi \quad (1)$$

### Distribución de partículas mediante el tamizado

Una definición simple de tamizado es la separación del material fino del material grueso por medio de un recipiente de malla o perforado. El profesor Terence Allen caracteriza el tamizado como "La apertura de un tamiz puede considerarse como una serie de indicadores que rechazan o pasan partículas a medida que se presentan a la apertura" [6]. En la actualidad, los tamices están disponibles en una variedad de tamaños, desde aberturas de 125 mm (5") hasta aberturas de 20 micrómetros. Cabe mencionar que los tamices usados en el presente trabajo cumplen con las normas y estándares nacionales e internacionales ASTM [7].

El análisis de distribución del tamaño ayuda a comprender cómo se distribuyen las partículas en un material y es útil en la selección de equipos en los procesos de minería. De acuerdo con Bond, F.C., (1961) cuando se grafica en un gráfico log-log como ordenada (Y) como pasante y abscisa (x) el diámetro de partícula en micrones puede observarse una línea recta en el rango de partículas





más finas y una curva para tamaños de partícula más gruesos. La pendiente ( $\alpha$ ) y el valor de  $K_{100}$  se determinan a partir de los datos experimentales y ayudan a caracterizar la distribución del tamaño de partículas. Usualmente este tipo de gráficos sigue una ley definida por la ecuación de Gates-Gaudin-Schumann, acorde con la siguiente ecuación:

$$Y = 100 \cdot \left(\frac{x}{K_{100}}\right)^\alpha \quad (2)$$

donde la pendiente  $\alpha$  usualmente es un valor de 0.5, pero puede aproximarse a la unidad. Por ejemplo, en las etapas de trituración y molienda en un circuito cerrado que produce menos finos, y esto por ende causa un incremento del parámetro  $\alpha$ . A medida que el material es más fino, el valor de  $\alpha$  disminuye.

### Modelo de distribución de partículas Weibull

La distribución de Weibull es una de las distribuciones poblacionales más conocidas. Describe adecuadamente los análisis de fallas en muchos tipos diferentes de componentes y fenómenos. Durante las últimas tres décadas, se han escrito numerosos artículos sobre esta distribución. Hallinan [8] brinda una revisión perspicaz al presentar una serie de hechos históricos, las muchas formas de esta distribución tal como las usan los profesionales y las posibles confusiones y errores que surgen debido a esta falta de unicidad. Johnson et al. [9] dedica un extenso capítulo al estudio sistemático de esta distribución. Más recientemente, Murthy et al. [9] presentó una monografía que contiene casi todas las facetas relacionadas con la distribución de Weibull y sus extensiones. La función de confiabilidad  $R(t)$  de Weibull se describe mediante la siguiente expresión:

$$R(t) = \int_s^\infty f(s)ds = e \left[ -\left(\frac{t-\delta}{\theta}\right)^\beta \right] \quad (3)$$

Donde mediante técnicas de regresión lineal puede expresarse simplificada acorde con la Expresión 4 [11].

$$Y = \left\{ \beta \left[ 1 - e^{ln0.2 \left(\frac{D}{D_{80}}\right)^Y} \right] + (1 - \beta) \left[ 1 - e^{ln0.2 \left(\frac{D}{D_{80}}\right)^\theta} \right] \right\} \quad (4)$$

donde  $Y$  es el porcentaje que pasa en una distribución normal,  $\beta$  se refiere a la relación entre el factor de partículas de peso fino y grueso,  $D_{80}$  es el 80 % que pasa en la alimentación ( $\mu\text{m}$ ),  $D$  es la abertura de la malla ( $\mu\text{m}$ ),  $Y$  se refiere al factor de forma para los finos y  $\theta$  el factor de forma para los gruesos.

### METODOLOGÍA

#### Metodología de confiabilidad para obtención de distribuciones granulométricas.

Las muestras de mineral de cantera con 86.01% de  $\text{SiO}_2$ ; 0.36 de  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  y 2.6 de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  fueron obtenidas de un proceso de trituración primaria de la región de Escalerillas, S.L.P, y analizadas usando la tecnología de análisis de imagen. Una muestra representativa fue tomada para realizar los análisis granulométricos. El primer análisis se orientó a conocer la distribución granulométrica mediante técnicas de análisis de imagen posteriormente el análisis se comprobó experimentalmente mediante el uso de mallas tipo Tyler, además el modelo de distribución de Weibull Doble fue resuelto para corregir los tamaños obtenidos por las técnicas de análisis de imagen y verificar la variación entre los  $D_{80}$  obtenidos en cada distribución de tamaños.

## Metodología de obtención de distribución granulométrica mediante el análisis de imagen.

El software Imagen J (es un programa de procesamiento de imágenes en donde se pueden realizar mediciones dándole valores al píxel, utilizando una medida de referencia) se analizó el fotograma considerando lo siguiente:

**Calibración de la imagen.** La muestra representativa de partículas a analizar fue dispersada en un plano con el fin poder resaltar cada una de ellas. Además, una imagen de referencia con medidas conocidas ha sido insertada para traducir los píxeles a medida de distancias. Los puntos de referencia de la imagen con dimensiones conocidas, contaba con un largo de 158.3 mm.

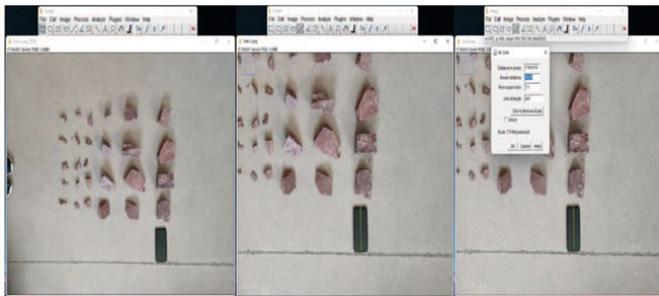


Figura 1. Calibración de la imagen y escalamiento.

**Medición del diámetro de Feret.** Después de establecer la escala, una línea de extremo a extremo es trazada y medida, esta medición se basa en el principio de "diámetro de Feret", el cual se le conoce como diámetro máximo, que expresa la dimensión más larga de la partícula independientemente de su rotación angular en el momento que se tomó la imagen. El diámetro máximo de Feret da el valor del tamaño mínimo de la malla a través del cual la partícula puede pasar sin ningún obstáculo [12].

La Figura 2 muestra el procedimiento para medir el diámetro de Feret, en este caso la medición se realizó para el fotograma que contiene las 27 partículas obtenidas en la muestra representativa. Cabe mencionar que los datos de las mediciones pueden ser exportadas a cualquier software de datos para su análisis.

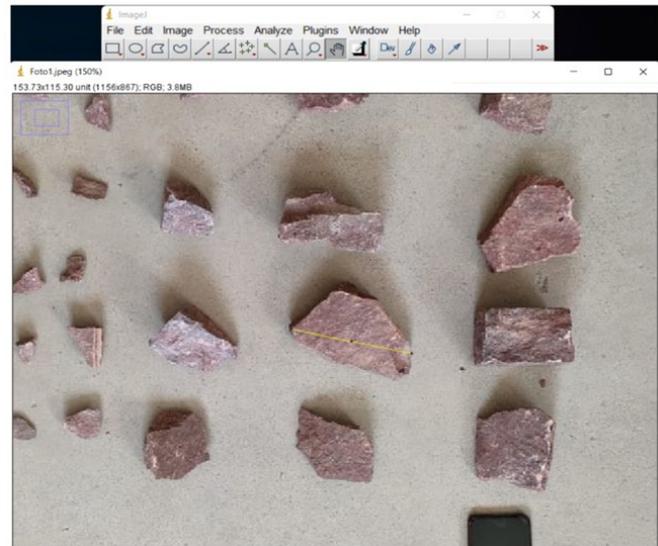


Figura 2. Obtención del diámetro de Feret en cada partícula.

## Metodología de obtención de distribución granulométrica por tamizaje.

En este estudio la muestra de mineral previamente analizada mediante técnicas de análisis de imagen fue sometida experimentalmente a un análisis de malla, esto con el fin de conocer la distribución de partículas con técnicas usadas comúnmente en el procesamiento de



minerales. La serie de mallas utilizadas fue en intervalos de  $\sqrt{2}$  desde un tamaño de 152.4 mm hasta 25 mm. Para intervalos de tamaño de 125mm a 152.4mm, una rejilla cuadrada de acero inoxidable utilizando una varilla para armazón fue utilizada, mientras que para los intervalos de tamaño de 25mm a 125mm el set compuesto de mallas Tyler y RO-TAP como se muestra en la Tabla 1.



Figura 3. Set experimental para granulometría por tamizaje.

## RESULTADOS Y DISCUSIONES

### Resultados de confiabilidad para obtención de distribuciones granulométricas

La Figura 4 muestra los análisis granulométricos obtenidos mediante las técnicas de análisis de imagen, tamizaje y el modelo de distribución Weibull (escala log-log). Dado que la distribución granulométrica por tamizaje es de uso común en la industria minero-metalúrgica, un comparativo entre esta técnica y el análisis de imagen además del modelo de Weibull ha sido considerado en este estudio. Es relevante destacar que, en el ámbito del análisis de partículas, este estudio ha desarrollado un enfoque de modelado matemático que parte de los datos recopilados mediante técnicas de análisis de imágenes. Este enfoque tiene como objetivo principal corregir las imprecisiones originadas por la segmentación de partículas que están en contacto o se superponen entre sí, fenómenos que a menudo se derivan de las variaciones en tamaño y forma entre las partículas.

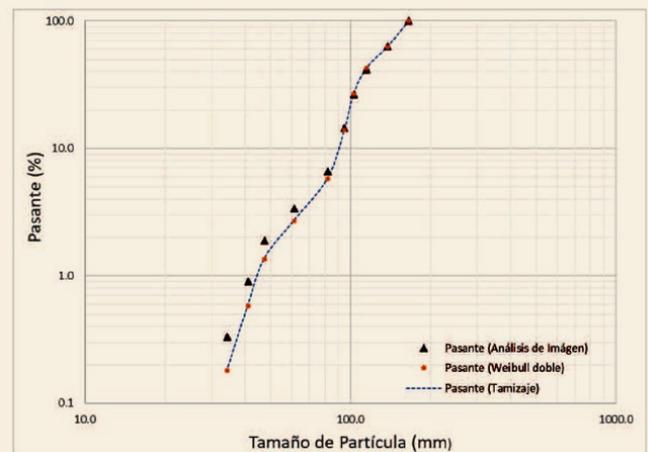


Figura 4. Gráfico de tamaño de partícula versus Pasante (%).

Como se puede apreciar la distribución mediante el uso de técnicas de análisis de imagen en general tiene una buena aproximación en todos los tamaños de partícula planteados, comparándolos con la técnica del tamizaje, con una desviación estándar (SSE) de 2.01. Sin embargo, es importante notar que para tamaños de 82.5 mm a 152.4 mm es donde se da la mejor aproximación, esto puede deberse a que las partículas grandes es posible identificar mejor los bordes entre cada una de ellas y así poder determinar de una manera más eficaz el diámetro de Feret. Es en tamaños de partículas menores a estos rangos de tamaño (28.7 a 82.5 mm) donde la diferencia entre tamizaje se hace más evidente. Esto puede deberse a que a medida que los tamaños de partícula en la imagen son más pequeños, la superposición de los mismos e identificar en los bordes entre partículas se hace más complejo.

### Distribución modelada usando Weibull.

La Tabla 1 presenta los valores para la obtención de la distribución granulométrica modelada mediante la resolución de la expresión 3.

Tabla 1. Parámetros de modelo de distribución Weibull

Parámetro	$\beta$	$F_{80}$	$\gamma$	$\phi$
	1.41	150.3	1.1664	24.11

La distribución granulométrica modelada en la Figura 4 tuvo como valores iniciales para cada fracción por tamaño, la obtenida mediante la técnica de análisis de imagen. Como se puede apreciar el modelo de distribución de Weibull tiene una aproximación adecuada denota una desviación estándar de (SSE) 1.8 con respecto a la distribución granulométrica obtenida mediante tamizaje. Con esto es posible concluir que dicho modelo puede corregir el factor de error presentado por la técnica de análisis de imagen, en las fracciones de los tamaños de 28.7mm a 82.5 mm tamaños finos.



### Análisis del diámetro de partícula ( $D_{80}$ )

En el procesamiento de minerales, como se ha mencionado previamente, el  $D_{80}$  es un factor obtenido a partir del cual es posible identificar el índice de reducción de tamaño a lo largo de los procesos de conminución (trituración y molienda). Este factor puede calcularse interpolando directamente del gráfico mostrado en la Figura 2. El  $D_{80}$  por definición corresponde al tamaño por el cual pasa el 80% de las partículas. Este valor ha sido calculado con cada una de las distribuciones presentadas en este estudio y son mostradas en la Tabla 2.

Como se puede apreciar el  $D_{80}$  por tamizaje tiene un valor de 149.23 mm, el valor obtenido mediante la técnica de análisis de imagen es de 150.6 mm mientras que el modelado por Weibull es de 150.37 mm. Como se puede apreciar las diferencias entre ambas técnicas representan una desviación estándar (SSE) de 1.9 para el análisis de imagen y de 1.3 para el modelado por Weibull, ambos valores con respecto al análisis por tamizaje.

### CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos a partir del Análisis de imagen y modelaje matemático para la determinación de distribuciones de partículas, se obtienen las siguientes conclusiones:

- Es posible obtener un análisis de la distribución de partículas confiable partiendo de la técnica de análisis de imagen, esto debido a que las desviaciones estándar entre la granulometría de tamizaje y la obtenida mediante imágenes son apenas de 2.1. Sin embargo, es importante considerar que las partículas finas aportan una desviación de 1.6 mientras que las gruesas 0.5 del total de la desviación estándar previamente comentada.

- Es importante considerar que los datos obtenidos mediante el análisis de imagen correspondientes a partículas finas son los que presentan un mayor valor de SSE. Esto puede deberse a que a medida que los tamaños de partícula en la imagen son más pequeños, la superposición de estos e identificar en los bordes entre cada partícula se hace más complejo.

- El modelo de Weibull fue resuelto de manera satisfactoria y demostró ser un factor importante, ya que puede corregir las desviaciones presentadas en partículas finas. La desviación estándar de 1.3 al comparar el  $D_{80}$  mediante tamizaje y análisis de imagen así lo demuestran.

Tabla 2. Parámetros de modelo de distribución Weibull

Parámetro	Tamizaje	Análisis de imagen	Modelado Weibull
$D_{80}$ (mm)	149.23	150.6	150.37
SSE	-----	1.9	1.3





- El uso del análisis de imagen junto con el modelado matemático son herramientas que pueden generar datos confiables que pueden ser implementados para conocer distribuciones de tamaño.

- Es importante realizar experimentos con distribuciones granulométricas en procesos que conlleven distribuciones de partículas finas para evaluar si esta misma metodología puede apoyar al control en otros procesos de conminución.

### BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. Al-Thyabat and N.J. Miles, An improved estimation of size distribution from particle profile measurements, *Journal of Powder Technology*, vol.20 (1).pp.72-83, 2006. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2006.05.008>
- [2] S. Al-Thyabat, N.J. Miles and T.S. Koh, Estimation of the size distribution of particles moving on a conveyor belt, *Journal of Powder Technology*, vol.20, pp.155-160, 2006. DOI:10.1016/j.mineng.2006.05.011
- [3] Michael Mangold, Use of a Kalman filter to reconstruct particle size distributions from FBRM measurements, *Journal of Chemical Engineering Science*, 70, pp.99-108, 2011. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ces.2011.05.052>
- [4] Young-Don Ko and Helen Shang, A neural network-based soft sensor for particle size distribution using image analysis, *Journal of Powder Technology*, vol.212. pp.303-382, 2011. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.powtec.2011.06.013>
- [5] Joanna Wiącek, Marek Molenda. Effect of particle size distribution on micro- and macromechanical response of granular packings under compression, *International*

*Journal of Solids and Structures*, Volume 51, Issues 25–26, 2014, Pages 4189–4195. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.06.029>

- [6] Allen Terence, *Particle Size Measurement*, Chapman and Hall, New York 1981. DOI:<https://doi.org/10.1080/01932698208943652>
- [7] *Testing Sieves And Their Uses*, W.S. Tyler Incorporated, Handbook 53, 1982 Edition: Splitring Pg. 12 and 13; Screen Scale Pg. 4 and 5. 4. Proceeding of the American Society For Testing Materials, Volume XIII, 1913, Pages 1053-106. Proceedings - American Society for Testing Materials : American Society for Testing Materials : Free Download, Borrow, and Streaming : Internet Archive
- [8] Lai, Chin-Diew & Murthy, D. & Xie, Min. (2006). *Weibull Distributions and Their Applications*. Springer Handbook of Engineering Statistics. Chapter 3. 63-78. 10.1007/978-1-84628-288-1\_3. DOI: 10.1007/978-1-84628-288-1\_3
- [9] A. J. Jr. Hallinan: A review of the Weibull distribution, *J. Qual. Technol.* 25, 85–93 (1993) DOI:<https://doi.org/10.4271/1999-01-2859>
- [10] N. L. Johnson, S. Kotz, N. Balakrishnan: *Continuous Univariate Distributions*, Vol. 1, 2nd edn. (Wiley, New York 1994) DOI:10.1080/00401706.1995.10484392
- [11] D. N. P. Murthy, M. Xie, R. Jiang: *Weibull Models* (Wiley, New York 2003) DOI:10.1080/00401706.1995.10484392
- [12] G. Rosales-Marín, J. A. Delgadillo, E. T. Tuzcu and C. A. Pérez-Alonso, (2016) Prediction of a piston–die press product using batch population balance model. *Asia-Pac. J. Chem. Eng.*, 11: 1035– 1050. DOI: 10.1002/apj.2044.
- [13] C. Shanthi, R. Kingsley Porpatham, and N. Pappa, “Image analysis for particle size distribution,” *Int. J. Eng. Technol.*, vol. 6, no. 3, pp. 1340–1345, 2014. DOI: (PDF) Image Analysis for Particle Size Distribution (researchgate.net)

### Cómo citar este artículo:

López Martínez, J., Andrade Martínez, J., Alvarado Macías, G., Espinosa Serrano, E., Nava Gómez, D. P., & Rosales Marín, G. (2023). *Análisis de imagen y modelaje matemático para la determinación de distribuciones de partículas*. *EPISTEMUS*, 18(35).

<https://doi.org/10.36790/epistemus.v18i35.289>

